

Een alternatieve kijk op de kwantum mechanica

De standaard kwantum velden theorie is weliswaar goed in het voorspellen van gebeurtenissen maar bevat ook een aantal moeilijk te accepteren zaken zoals de aan het elektron gekoppelde spin en de frequentie. Ik wil proberen elementaire deeltjes op een alternatieve wijze te beschrijven, waarbij een aantal eigenschappen van die deeltjes direct te voorschijn komen uit die eigenschappen. De elementaire deeltjes worden beschouwd als puntdeeltjes roterende in een door kromming aanwezig krachtenveld, de rotatie vindt daarbij plaats in het vlak loodrecht op de gemiddelde bewegingsrichting. De beweging wordt, zoals noodzakelijk is, berekend op een wijze die in overeenstemming is met de algemene relativiteitstheorie. Spin, frequentie, het verschil tussen bosonen en fermionen en de verschillende generaties van elementaire deeltjes komen daarbij vanzelf naar voren. Het theoretisch bouwwerk is nog niet af. Diverse berekeningen zoals het verklaren van het dubbele spleet experiment en de massa verschillen tussen de generaties moeten nog uitgewerkt worden maar de uitkomsten tot nu toe zijn veel belovend. In het onderstaande is gepoogd een kort overzicht te geven van uitgangspunten en de uitkomsten tot nu toe.

Het gebruik van spin in de SR QM en Q(uanten)V(elden)T(theorieën)

In alle bekende quantum theorieën wordt spin, ofwel intrinsiek impulsmoment van beschreven elementaire deeltjes, onbegrepen gebruikt. Immers in alle quantum analyses worden elementaire deeltjes beschreven als punt-deeltjes, die zich in een S(peciaal)R(elativistische) analyse altijd op de zogenoemde wereldlijn bevinden. Impulsmoment impliceert een uitgebreidheid omdat impuls buiten dit punt bewegende op de wereldlijn aanwezig moet zijn. In de QM en de QVT wordt dit verondersteld aanwezig te zijn omdat een toestandsfunctie de echte plaats van dit elementaire deeltje via een quantum statistiek beschrijft.

Alle QM analyses zijn relativistisch alléén met een SR analyse uitgewerkt. A(lgemeen)R(elativistische), ofwel met een wiskundige analyse van kromming van 4D-ruimtetijd veroorzaakt door gravitatie (wisselwerking van altijd aantrekkende massa's), heeft men officieel nog nooit QM kunnen meenemen. De laatste tijd probeert men gedreven om ook gravitatie in een QM analyse mee te nemen via snaren theorieën, maar dit is tot nu toe (meer dan 50 jaren later) nog steeds niet gelukt. In plaats daarvan wordt in het standaard model van QVT {QED (foton) en de zwakke kernkrachten (Z en W^\pm ijkbosonen) die gemixed via de Weinberg hoek naar voren komen via de $U(1) \times SU(2)$ ijk-symmetrie en alle hadronen die volgen uit de laatst mogelijke ijk-symmetrie groep $SU(3)$ van het enige mogelijke 4D-ruimtetijd universum, tezamen met alle elementaire fermionen, ofwel leptonen, als laatst mogelijke bronnen voor alle bosc-velden die wiskundig de krachtenvelden beschrijven tussen alle massieve, en eventueel ook elektrisch geladen, deeltjes (alle fermionen en alle bosonen, behalve het spin2 graviton en het spin1 foton)}.

In plaats van het (nog steeds onbegrepen) gravitatieveld mee te nemen in het standaard model, worden massa's van elementaire punt-deeltjes in de SR QM analyse meegenomen door de introductie van een zgn. Higgs veld. In alle huidige geanalyseerde snarentheorieën (2D-Super String theories) wordt ook het bestaan van een elementair spinloos Higgs boson meegenomen tezamen met een Super Partner!

Dit Higgs-veld bestaat volgens het standaard model uit extreem zware ($> 170 \text{ GeV}/c^2$ volgens de laatste metingen bij de Tevatron Collider) elementaire deeltjes zonder spin.

Einstein loste gravitatie, ofwel kromming van ruimtetijd, op via het wiskundige werk van Bernard Riemann. In zijn werk worden gekromde, ofwel niet-lineaire, wiskundige problemen eenvoudig opgelost in een zgn. Riemann-ruimte. Dit is de gekromde ruimte beschreven in een hoger dimensionale wiskundige, ofwel lineaire, ruimte zo dat de standaard wiskunde hier weer op los te laten is. Einstein noemde het aantal benodigde vrijheidsgraden in de lineaire Riemann-ruimte gewoon $N > 4$. Zie ook [1], hoofdstuk 6. Uit een eenvoudige wiskundige analyse van kromming van ruimtetijd blijkt echter dat $N = 2 \times 4 = 8$ is, zie bijvoorbeeld de analyse [2].

Volgens Einstein zijn S(amenhangende)A(cties)P(rincipe), zie [1] hoofdstuk 30, zal elk fysisch model van onze werkelijkheid altijd kromming van ruimtetijd, ofwel gravitatie, moeten meenemen. Géén enkel QM model, inclusief het standaard model voldoet aan het SAP. De vijf 2D-Supersnaren theorieën voldoen wel aan het SAP, echter hebben hiervoor een 9D-ruimte, ofwel een 10D-ruimtetijd nodig. Deze ruimte kan geen fermionen beschrijven en is dus niet te gebruiken voor analyse van een willekeurig mogelijk universum. Ook al worden 6 ruimtelijke vrijheidsgraden gecontraheerd in een zgn. Calabi-Yau ruimte, ze zijn aanwezig en voorkomen daardoor dat in deze 10D-ruimte knopen te leggen zijn.

De vraag is nu, hoe moet QM worden herschreven, zo dat deze wiskundige beschrijving wel aan het SAP voldoet?

Eerst zal hierbij een beter begrip van zgn. elementaire deeltjes heel nuttig blijken!

Zoals David Hilbert in 1900 op het internationale Wiskundigen congres te Parijs al voorstelde in probleem 6 van zijn toen aangeboden 23 problemen in de wis- en natuurkunde, zie [3], zou het wiskundig mooi zijn als alle eigenschappen van alles wat wij waarnemen, volledig wiskundig te beschrijven zijn via een geometrische symmetrie analyse.

Een dergelijke analyse blijkt inderdaad mogelijk.

In de eerste plaats wil ik melden dat alle AR transformaties op infinitesimaal niveau altijd lineair, ofwel SR, zijn uit te werken. Alleen zal deze kromming dan leiden tot twee opeenvolgende stappen i.p.v. de ene infinitesimale

stap in lineaire ruimte, zie ook [2]. Kromming van ruimtetijd impliceert dus een verdubbeling van het benodigde aantal vrijheidsgraden.

Laten we eerst eens alle mogelijke infinitesimale transformaties van een 4D-ruimtetijd vector analyseren. Daarna blijkt het dan eenvoudig om wiskundig de conclusie te trekken dat een ander dan 4D-ruimtetijd universum niet kan bestaan.

Alle mogelijke infinitesimale transformaties van een 4-vector zijn te geven met de meest algemene 4x4 tensor met 16 vrijheidsgraden. Deze tensor zal in alle transformaties als maximale snelheid de massaloze snelheid van het licht moeten geven, maar dit is een eenvoudig op te leggen eis. Deze tensor $T_{\mu\nu}$ is eenduidig te geven als de som van een symmetrische en een anti-symmetrische tensor: $T_{\mu\nu} = S_{\mu\nu} \oplus A_{\mu\nu}$ (1)

Bij het zoeken van niet-reduceerbare representaties van alle mogelijke infinitesimale (lineaire) relativistische transformaties van een 4-vector blijken de symmetrische en anti-symmetrische transformatie groepen ook niet-reduceerbaar representeerbaar te zijn met elementaire {boson \otimes fermion} groepen:

$$S_{\mu\nu} \oplus A_{\mu\nu} \text{ is } 10p1 \text{ te representeren met: } \{spin2 \otimes spin\frac{1}{2}\} \oplus \{spin1 \otimes spin\frac{1}{2}\} \quad (2)$$

De symmetrische transformatie groep is 10p1 voor te stellen door aanwezige spin $\frac{1}{2}$ massa's en de daardoor aanwezige spin2 gravitonen die de wisselwerkingen tussen die massa's beschrijven.

De anti-symmetrische transformatie groep is 10p1 voor te stellen door aanwezige spin $\frac{1}{2}$ ladingen en het daardoor aanwezige spin1 EM-veld dat de EM-wisselwerking tussen die ladingen beschrijft.

Zoals algemeen bekend is, beschrijven de EM-veld vergelijkingen van Maxwell het EM-veld pas volledig na opleggen van de U(1)-Lorentz ijk-symmetrie. De maximaal mogelijke ijk-symmetrie in ons 4D-ruimtetijd universum volgt hier direct uit als, zoals hierboven reeds gemeld: $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ (3)

Hiermee zien we dus alle elementaire deeltjes met alle eigenschappen ervan al langzamerhand naar voren komen.

Hoe zijn QVT, met de daarin gebruikte punt-deeltjes, nu zo aan te passen dat op infinitesimaal (lineair) niveau deze analyses toch voldoen aan het SAP!?!?

Voor elke beschreven vrijheidsas zal men nu een wiskundige uitgebreidheid van het beschreven punt moeten toelaten in het 2D-vlak loodrecht op de geanalyseerde vrijheidsas. In het meest algemene geval kan men teruggrijpen naar de SR analyse, waarin een elementair deeltje op de (lineaire) wereldlijn beweegt. Kies voor de wereldlijn de z-as. Beschrijf het uitgebreide deeltje nu vanuit het inertiaalstelsel dat de oorsprong op de gemiddelde positie van dit deeltje (de wereldlijn) heeft. Gedurende het bestaan van dit deeltje zal het nu een harmonisch oscillerende beweging moeten uitvoeren. Dit omdat in elk experiment elk elementair deeltje een energie heeft recht evenredig met een harmonische oscillatie. Harmonische oscillatie in het 2D-(x,y)-vlak, ofwel met pool-coördinaten het 2D-(ρ, φ)-vlak is exact met twee achtereenvolgende eerste orde (eigen-)tijd afgeleiden op te lossen. De hier tussen haakjes gemelde eigen-tijd, betekent hier de tijd zoals gemeten door een observator die zich in de oorsprong van het met de gemiddelde positie van het uitgebreide deeltje meebeweegt, net zoals het begrip eigen-tijd in de QVT altijd gebruikt wordt. De oplossingsruimte blijkt precies de complexe Hilbert-ruimte van de QVT te zijn. De gemiddelde uitgebreidheid van een SAP beschreven massalooz elementair deeltje is:

$$2\langle \rho \rangle = (3/2)^2 \text{Phi} \frac{sc}{\omega} \quad (4)$$

Hierbij zijn Phi = $\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$ de gouden ratio, s de spin (behouden heliceiteit) van het (massalooze) elementaire deeltje, c de lichtsnelheid en ω de hoekfrequentie.

Hieruit blijken de volgende eigenschappen:

1. Een spinloos elementair deeltje kan alleen op de 1D-wereldlijn bewegen.
2. Als de frequentie nul wordt: $\langle \rho \rangle \rightarrow \infty$, ofwel net als bij de eerste eigenschap zal het elementaire punt-deeltje op een rechte lijn beschreven worden, ofwel het kan geen energie met zich dragen. Een object zonder energie is niets, ofwel fictie.

Bij een massief elementair deeltje $c \rightarrow v(\rho, \partial_0 \rho, \varphi, \partial_0 \varphi) < c \wedge \text{Phi} \rightarrow \text{constante } C > \text{Phi}$, zodat de karakteristieke eigenschappen gevonden voor massalooze deeltjes geldig blijven voor massieve elementaire deeltjes.

Hieruit kan men niets anders dan de conclusie trekken dat spinloze elementaire deeltjes fictie zijn.

Vanuit de observator die met het elementaire deeltje meebeweegt en het deeltje beschrijft vanuit het inertiaalstelsel met de oorsprong op de gemiddelde positie van dit 2D-uitgebreide deeltje blijkt de gemiddelde uitgebreidheid véél groter dan de Planck-lengte. Bedenkt men echter dat de Lorentz-contractie bij een deeltje bewegend met de lichtsnelheid altijd resulteert in een niet waar te nemen uitgebreidheid ziet dat deze uitdrukking experimenteel volledig acceptabel is.

De beschreven uitgebreidheid in het 2D-vlak loodrecht op de waargenomen bewegingsrichting verklaart zowel de spin als de energie van het zo beschreven elementaire deeltje:

Het harmonisch oscillerende punt dat bijvoorbeeld een foton beschrijft heeft door symmetrie-wetten behouden grootheden. De tijd-component blijkt gewoon de energie $H = \mathbf{h}\omega$, met \mathbf{h} hierbij de constante van Dirac (Planck-constante gedeeld door 2π). De ruimtelijke constante is het behouden impulsmoment in de richting waarin dit foton beweegt, en dit is de heliceiteit $\mathbf{s}\mathbf{h}$. *N.B. deze tijd- en ruimte-constanten vormen natuurlijk géén relativistische 4-vector!*

In de QVT is het foton beschreven door een punt dat dan meerdere vector velden draagt, zoals het EM-veld en de spin. De beschrijving van het QM foton in overeenstemming met het SAP impliceert dat het foton als exact punt-deeltje moet worden beschreven als harmonisch oscillerend punt-deeltje in het 2D-vlak loodrecht op de waargenomen bewegingsrichting gegeven door de wereldlijn. Volgens de D(ifferentiaal)V(ergelijkingen) voor deze SR oscillatie, kan een willekeurig elementair deeltje nooit op de wereldlijn zelf aanwezig zijn. Om precies te zijn blijkt de minimale afstand van een foton t.o.v. de wereldlijn te geven door:

$$\rho_{\min} = \frac{1}{2}\rho_{\max} = \frac{3}{4} \frac{\text{Phi}}{\omega} = \frac{1}{3} \text{ maal de gemiddelde uitgebreidheid gegeven in (4).} \quad (5)$$

De twee achtereenvolgende DV waaruit de harmonisch oscillerende beweging in het 2D-vlak volgt vereisen 2 R(and)v(or)W(aarden) teneinde de oplossing volledig te kunnen geven.

De RvW kunnen ofwel open, ofwel gesloten zijn. Bij gesloten RvW zijn interacties in het 2D-vlak van oscillatie niet mogelijk. Dergelijke deeltjes kunnen dus met meerdere tegelijkertijd op precies dezelfde ruimtetijd positie aanwezig zijn in dezelfde kwantum toestand. Bovendien kan van dit type deeltje maar één exemplaar bestaan voor elke mogelijke symmetrie groep volgende uit (2) en (3). Hiermee wordt volledig duidelijk dat bosonen beschreven moeten worden met gesloten RvW.

Direct vanuit dezelfde wiskundige analyse blijkt dat alle mogelijke fermionen opgelost moeten worden met open RvW. Deze oplossingen hebben een extra kwantum getal in de vorm van een geheel getal groter dan nul. Dit getal specificeert natuurlijk de zgn. deeltjes familie van het betreffende door algemene relativistische symmetrie wetten aanwezige fermion. De open RvW impliceren wiskundig ook dat fermionen altijd in alle richtingen wisselwerken met andere elementaire deeltjes. Als gevolg hiervan voldoen fermionen aan het Pauli-uitsluitingsprincipe. Het feit dat fermionen in alle richtingen wisselwerken impliceert dat ze altijd massa > 0 bezitten. Daarnaast kunnen fermionen natuurlijk ook nog de tweede directe bron van interacties, ofwel lading, dragen.

Het feit dat fermionen massief zijn impliceert dat in een willekeurige SR analyse knopen in het harmonisch oscillerende pad van het trillende punt-deeltje te leggen zijn. Zoals Grisha Perelman in 2004 volledig bewezen heeft zijn wiskundig knopen alleen te leggen in een 3D-ruimte, ofwel 4D-ruimtetijd. Zie ook [4]. Hiermee kom ik terug op de eerste aanname, dat eerst 4D-ruimtetijd geanalyseerd zou worden. Uiteindelijk blijkt eenvoudig uit een volledig relativistische geometrie analyse op lineair niveau dat de enige mogelijke ruimte waarin een willekeurig universum kan bestaan een 4D-ruimtetijd moet bezitten.

Uit een volledige relativistische symmetrie analyse volgen dus precies alle elementaire deeltjes met alle eigenschappen, zoals die tot nu toe experimenteel waargenomen zijn. Uit deze niet-reduceerbare analyse volgt ook gelijk dat er niet nog niet ontdekte elementaire deeltjes bestaan.

Uit de kort beschreven verklaring van de QVT (Hilbert-space, spin, energie, massa, lading, etc.) bleek ook dat SU(3) quarks beschreven moeten worden met 4 vrijheidsgraden. Hieruit bleek wiskundig al in 1998 dat quarks géén elementaire spin $\frac{1}{2}$ fermionen zijn met bijbehorende zgn. isospin, maar gewoon elementaire spin $\frac{3}{2}$ deeltjes zonder zgn. isospin. Bedenk hierbij dat alle eigenschappen van alle mogelijke elementaire deeltjes volledig volgen uit een niet-reduceerbare relativistische symmetrie analyse. Uit de meest algemene infinitesimale set van

symmetrie groepen (2) blijkt dat alleen de spins $\{2, 1, \frac{1}{2}\}$ stabiele elementaire identiteiten in elk mogelijk universum kunnen zijn. Hiermee wordt dus direct verklaard waarom quarks nooit als elementaire deeltjes worden waargenomen. Alleen hierom zijn protonen en neutronen van de 3 families in ons universum zo stabiel. Dergelijke samengestelde deeltjes worden altijd omringd door een soort gluonen zee, die de drie quarks van een baryon bijeenhouden via de zo beschreven sterke kernkracht. Van de samengestelde gluonen en mesonen bestaan dus wel meerdere families van bosonen, maar dit komt alleen omdat ze zijn opgebouwd uit fermionen (quarks), waarvan altijd meerdere deeltjes families bestaan.

Samengevat zijn alle mogelijke elementaire deeltjes van ons 3 fermionen families universum te geven met de volgende tabel 1:

Alle mogelijke elementaire deeltjes in ons 3-fermionen families universum:

Fermionen: 3 verschillende families	Bosonen:
Leptonen: elektron, muon and tauon + anti-deeltjes	Graviton, het spin 2 elementaire massaloze boson
Leptonen: massieve ladingsloze neutrino's	Foton, een spin 1 elementaire massaloze boson
Quarks 1 st familie: up-quark en down-quark	Zwakke kernkrachten: spin1 massief elementair ijkbosonen W^{\pm}, Z
Quarks 2 ^{de} familie: charm-quark en strange -quark	Sterke kernkrachten: spin1 gekleurde quark+anti-quark gluonen
Quarks 3 ^{de} familie: top-quark en bottom-quark	Mesonen: alle niet-gluon bosc-quark combinaties

Alle fermionen hebben zgn. **anti**-deeltjes met van teken verwisselde geladen deeltjes en van teken verwisselde heliceiteit bij ongeladen deeltjes.

Alle leptonen zijn spin $\frac{1}{2}$ deeltjes en alle niet opdeelbare quarks zijn spin $\frac{1}{2}$ deeltjes.

Tabel 1 Alle mogelijke elementaire deeltjes, zoals ze volgen uit een niet-reduceerbare infinitesimale AR geometrische symmetrie analyse.

Het aantal elementaire fermionen families van ons universum is 3. Er kunnen vanuit onderstaande AR analyse echter net zo goed andere universa bestaan met andere hoeveelheden elementaire fermionen:

De totale energie geabsorbeerd in een zwart gat van een ander universum (andere natuurconstanten, zodat het niet met dit universum kan wisselwerken) totdat door deze andere natuurconstanten een singulariteit optreedt geeft de totale hoeveelheid energie die tijdens de Big Bang van ons universum (met nieuwe natuurconstanten) weer uiteen vloog. Deze totale hoeveelheid energie, tezamen met de direct tijdens de Big Bang gecreëerde nieuwe natuurconstanten, bepalen het aantal mogelijke elementaire fermionen families van ons universum. En ditzelfde proces via een Big Bang is natuurlijk voor elk mogelijk 4D-ruimtetijd universum hetzelfde op te schrijven. Omdat de natuurconstanten in principe willekeurige waarden hebben zullen twee verschillende universa elkaar nooit kunnen voelen, raken of zien.

Wel zal het aantal elementaire deeltjes families gedurende het gehele bestaan van een universum een constante zijn.

Ter afsluiting wil ik toch nog het volgende melden:

Op het ogenblik proberen zgn. snaren theoretici (Edward Witten, Graham Greene, R. Dijkgraaf, Jan de Boer en vele anderen) gravitatie in uitgebreide QVT mee te nemen. Er bestaan 5 equivalente 10D-ruimtetijd theorieën waarvan door Edward Witten, via zijn 11D-ruimtetijd theorie (M-theory) is aangetoond dat de vijf 10D-ruimtetijd theorieën via symmetrie transformaties in elkaar transformeren, ofwel dat het 5 verschillende wiskundige constructies zijn die hetzelfde beschrijven. De zgn. "Super String" theorie blijkt echter alleen wiskundig correct te kunnen zijn als Super Symmetrie óók geldig is.

Super Symmetrie is een symmetrie tussen fermionen en bosonen. Volgens deze symmetrie bestaat bij elk elementair deeltje een "super-partner". Bij het graviton veronderstelt men dat het spin $\frac{3}{2}$ zgn. gravitino bestaat. Men gaat hierbij uit van slechts één familie van het gravitino. Voor de geladen leptonen families {elektron, muon, tauon} veronderstelt men als **spinloze** super-partners wel opeens 3 families spinloze bosonen {selectron, smuon, stauon}. Volgens mijn wiskundige analyse van de QVT is Supersymmetrie strijdig in ons 4D-ruimtetijd universum omdat aan de ene kant spinloze elementaire deeltjes strijdig zijn met het SAP en aan de andere kant omdat van bosonen per symmetrie maar één elementair deeltje bestaat, terwijl voor alle fermionen altijd meerdere families bestaan.

Mijns inziens heeft Super Symmetrie in één keer de geldigheid en geloofwaardigheid van de beroemde, maar nog nooit experimenteel geverifieerde, “Super String” theorieën onderuit gehaald.

Metingen aan de LHC protonen versneller in de oude LEP ring van CERN zullen uitsluitend geven over zowel het bestaan van het héél zware spinloze Higgs boson, alsook van het bestaan van Super Symmetrie. Dit is de enige reden dat deze extreem dure LHC versneller gebouwd is!

Volgens het S(tandaard)M(odel) en de daarbij experimenteel gevonden massa's van alle elementaire deeltjes hebben de laatste Tevatron metingen de massa van het Higgs boson begrensd tot $< 147 \text{ GeV}/c^2$. Snaren theoretici gaan er van uit dat de massa van het Higgs boson $> 147 \text{ GeV}/c^2$ [5] mag zijn, omdat ze er van uit gaan dat er Super Partners zijn met elk blijkbaar nog zwaardere massa's per exemplaar dan alle gevonden elementaire deeltjes van het SM. Het feit dat het Higgs boson nog niet gevonden is bij $170 \text{ GeV}/c^2$ zien zij als een eerste experimenteel teken dat Super Symmetrie geldig is. Pas als bij zo'n $1 \text{ TeV}/c^2$ nog steeds geen Higgs boson gevonden is, dan zal het SM met spinloos Higgs boson strijdig worden met observaties van het heelal omdat het waargenomen heelal extreem vlak is, terwijl een zware Higgs massa over het hele universum grotere kromming impliceert dan nu wordt waargenomen door het feit dat het Higgs veld overal aanwezig moet zijn om vanuit het SM massa te verklaren.

Bij de hier beschreven analyse probeer ik wiskundig de SR QM en de daaruit volgende QVT van het SM te begrijpen. In de huidige veronderstelde opvolger van het SM, ofwel de Super Snaren theorieën met de daarbij benodigde Supersymmetrie, wordt de QM volledig onbegrepen ad-hoc gebruikt. Hierdoor heeft voor mij alles in de natuurkunde dat gebruikt wordt met het beruchte woord “Super” zijn geloofwaardigheid verloren. Kwantum, ofwel elementaire deeltjes, mechanica impliceert wiskundig niet-reduceerbare symmetrie-groepen representaties analyse. Alle eigenschappen van deze groepen specificeren precies alle eigenschappen van alle mogelijke elementaire deeltjes in elk mogelijk 4D-ruimtetijd universum. Eigenlijk is QM niet zo moeilijk en volgt het volledig uit de relativiteitstheorieën van Albert Einstein. Ik vind het elke dag weer jammer dat ik hem persoonlijk nooit heb kunnen spreken na uitschrijven van deze analyse!

Auteur: <http://quantumuniverse.eu/Tom%20de%20Hoop.html>

Bijlagen:

1. General Theory of Relativity
P.A.M. Dirac, Princeton Landmarks in Physics. ISBN 0-691-01146-X
2. <http://quantumuniverse.eu/Tom/Kromming%20en%20QM.pdf>
3. <http://quantumuniverse.eu/Tom/Hilberts%2023%20Mathematische%20Probleme.pdf>
4. <http://quantumuniverse.eu/Tom/Knopen%20in%20beschreven%20dimensies.pdf>
5. http://www-sldnt.slac.stanford.edu/alr/SLAC_colloq.pdf